Philosophie der Mathematik

Seminar im Wintersemester 2023/24

Die Philosophie der Mathematik strebt nach Antworten auf Fragen bezüglich der Seinsweise mathematischer Gegenstände sowie der Mittel mathematischer Erkenntnisgewinnung. Wir diskutieren u.a. die im Kontext des Grundlagenstreits vertretenen Positionen des Logizismus, Formalismus und Intuitionismus. Ferner berücksichtigen wir philosophische Herausforderungen moderner Entwicklungen und werfen einen kritischen Blick auf die vermeintliche Wertfreiheit der sogenannten *reinen* Mathematik.

Terminübersicht und Quellenangaben

1 Vorbesprechung (27.10.23)

Besprechung des Seminarablaufs, Vorstellungsrunde, Abriss und Zuordnung der Vortragsthemen. Der im Folgenden jeweils erstgenannte Text soll zur Vorbereitung gelesen werden; die zweitgenannte Quelle dient zur Vertiefung und sei insbesondere den Vortragenden empfohlen. Die thematischen Stichpunkte bieten Orientierung.

2 Mathematik als philosophische Herausforderung (03.11.23)

Platons Wiedererinnerungslehre; Paradoxien; Grundlagenstreit; moderne, antimoderne und zeitgenössische Mathematik; Ethik.

[8, Kap. 1]

3 Die Kantische Position (10.11.23)

Kants Konzeption der Mathematik; Begriffspaare *a priori* – *a posteriori* und *analytisch* – *synthetisch*; Rezeptionsgeschichte.

[6, Kap. 12] [2, Kap. 3]

4 Der Mengenbegriff (17.11.23)

Die mengentheoretische Grundlegung der Mathematik; Axiomatik; Reichweite; die Rolle des Auswahlaxioms; Paradoxien.

[6, Kap. 15] [9]

5 Realismus (24.11.23)

Auffassung, Verpflichtung und Nutzen; Gödelsche Verteidigung; evtl. Abgrenzung Nominalismus und Fiktionalismus.

[6, Kap. 16] [2, Kap. 9A]

6 Logizismus (01.12.23)

Mathematik als Teil der Logik; logizistischer Aufbau der Arithmetik durch Frege; Axiom V; Russells Einwand.

[6, Kap. 14] [8, Kap. 2]

7 Formalismus (08.12.23)

Befreiung vom inhaltlichen Standpunkt; Ausprägungen des Formalismus; Kalküle, Zeichen und Symbole; Fregesche Polemik.

[6, Kap. 18] [8, Kap. 3]

8 Das Hilbertsche Programm (15.12.23)

Hilberts *non-ignorabimus*; finite Schlussweisen; Methode der idealen Elemente; potentielle und aktuale Unendlichkeit; Metamathematik, Konsistenzbeweise, Unvollständigkeitssätze.

[8, Kap. 4] [6, Kap. 20]

9 Intuitionismus (05.01.24)

Brouwer als Topologe, Philosoph, Mystiker; Außersprachlichkeit; Ablehnung des *tertium non datur*; Froschmäusekrieg; Formalisierung der intuitionistischen Logik durch Heyting; konstruktive Mathematik.

[8, Kap. 5] [2, Kap. 7]

10 Prädikativismus

Circulus vitiosus; Selbstbezüglichkeit und Paradoxien; Poincaré, Russell, Weyl; methodische Auswege.

[4] [2, Kap. 8]

11 Strukturalismus

Dedekindscher Zahlbegriff; Abstraktion; mathematische Gegenstände als Strukturelemente; Bourbaki; Kategorien.

[6, Kap. 19] [8, Kap. 11]

12 Beweisbegriffe

Paradigmen und Kalküle; Bolzano; Gentzen; Formalisierung und Computerassistenz.

[7] [3]

13 Typen, Form und Formalisierung

Gleichheit, Äquivalenz und Identität; Typentheorie; univalente Grundlagen der Mathematik; Computerbeweise; Umwälzung.

[12] [1]

14 Mathematik und Ethik

Hardys Diktum; Wertfreiheit und Neutralität; ethische und politische Dimension mathematischer Forschung; das Beispiel Grothendieck.

[10, Einführung] [5]
und/oder [13] [11, Kap. 8]

Literatur

[1] Steve Awodey. Structuralism, invariance, and univalence. *Philos. Math.*, 22(1):1–11, 2014.

[2] David Bostock. *Philosophy of Mathematics.* Wiley-Blackwell, Chichester, 2009.

[3] Stefania Centrone. Conceptions of Proof from Aristotle to Gentzen's Calculi. In Klaus Mainzer, Peter Schuster, and Helmut Schwichtenberg, editors, *Proof and Computation II. From Proof Theory and Univalent Mathematics to Program Extraction and Verification*, pages 33–54. World Scientific, Singapore, 2021.

[4] Laura Crosilla. Exploring predicativity. In Klaus Mainzer, Peter Schuster, and Helmut Schwichtenberg, editors, *Proof and Computation*, pages 83–108. World Scientific, Singapore, 2018.

[5] Paul Ernest. A dialogue on the ethics of mathematics. *Math. Intelligencer*, 38:69–77, 2016.

[6] Ulrich Felgner. *Philosophie der Mathematik in der Antike und in der Neuzeit.* Birkhäuser, Cham, 2020.

[7] Reinhard Kahle. What is a proof? *Axiomathes*, 25:79–91, 2015.

[8] Øystein Linnebo. *Philosophy of Mathematics.* Princeton Foundations of Contemporary Philosophy. Princeton University Press, Princeton, 2017.

[9] Penelope Maddy. Set theory as a foundation. In Giovanni Sommaruga, editor, *Foundational Theories of Classical and Constructive Mathematics*, The Western Ontario Series in Philosophy of Science, pages 85–96. Springer, Dordrecht, 2011.

[10] Cathy O'Neil. *Weapons of Math Destruction: How Big Data Increases Inequality and Threatens Democracy.* Crown Publishers, New York, 2016.

[11] Ole Skovsmose. *Critical Mathematics Education.* Advances in Mathematics Education. Springer, Cham, 2023.

[12] Dimitris Tsementzis and Hans Halvorson. Foundations and philosophy. *Philosophers' Imprint*, 18(10), 2018.

[13] Roi Wagner. The ethical charge of articulating mathematics. *Global Philosophy*, 33:35, 2023.

Kontakt

Dr. Daniel Misselbeck-Wessel
Alfried Krupp Wissenschaftskolleg Greifswald
Zimmer 2.13, Sprechstunde nach Vereinbarung
Tel. 03834 420 5027
daniel.misselbeck-wessel@uni-greifswald.de
danielwessel.github.io